

Ασκύσεις Φαλακιδίου

1) Έχω $M/M/1/\infty$ σύστημα FCFS

$$\lambda = 24$$

$$\mu = 30$$

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} < 1 \Rightarrow \text{σύστημα έχει ορισμένες πιθανότητες}$$

$$a. L = \frac{\rho}{1-\rho} = 4$$

$$b. E(w) = \frac{L}{\lambda} = \frac{4}{24} = \frac{1}{6}$$

$$g. P_0 = \rho^0(1-\rho) = 0.2$$

$$d. \text{φέρουμε ότι ο χρόνος } w \sim \text{Exp}(\mu(1-\rho)) \equiv \text{Exp}(6)$$

$$P(w > \frac{1}{6}) = 1 - P(w < \frac{1}{6}) = 1 - \int_0^{1/6} 6 e^{-6w} dw$$

2) Έχω $M/M/1/\infty$ σύστημα

$$\lambda = 12 \text{ (Κάθε } S \text{ ληpta - 1 αεροπλάνο)} \Rightarrow 1 \text{ ώρα - 12 αεροπλάνα)}$$

$$\mu = 20$$

$$\rho = \frac{12}{20}$$

$$a. L = 1.5$$

$$b. L_q = 0.9$$

$$1) W \sim \text{Exp}(\mu(1-p)) = \text{Exp}(\lambda)$$

$$\int_0^{1/6} 8e^{-8x}$$

$$8. P(X \geq 4) = 1 - P_0 - P_1 - P_2 - P_3$$

$$P_n = (1-p)p^n$$

$$3) \mu/\mu/2/\infty \text{ σύστημα}$$

$$\lambda = 100$$

$$\mu = 60$$

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{100}{60} < 1$$

α. Πρέπει να γράψω P_n γενικά, P_0 με τους τύπους που έχουμε βρει (πρέπει να το αποδείκνουμε)

$$\text{Θα βρω } P_0 = \frac{\lambda}{\lambda + \mu}$$

$$P_1 = 0,1525$$

$$P_2 = 0,1263$$

$$P_3 = 0,1052$$

$$P_n = \begin{cases} \frac{\lambda^n P_0}{n!} & , n < m \\ \frac{\lambda^n P_0}{m! m^{n-m}} & , n \geq m \end{cases}$$

$$\boxed{\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{100}{60}}$$

$$P_0 = \left(\frac{\lambda^m}{m! (1-\rho)} + \sum_{i=0}^{m-1} \frac{\lambda^i}{i!} \right)^{-1}$$

$$\text{Θα βρω } L = P_0 + P_1 + P_2 + P_3$$

b. $P_0 + \frac{1}{2} P_1$

4) $M | M | 1 | 4$ σύστημα

$\lambda = 10$

$\mu = 30$

a. $L = 0,4793$

$$P_n = \begin{cases} \frac{\tau^n}{n!} P_0, & n \leq m \\ \frac{\tau^n}{m! m^{n-m}} P_0, & m \leq n < \infty \end{cases}$$

$$P_0 = \begin{cases} \left(\sum_{i=0}^{m-1} \frac{\tau^i}{i!} + \frac{\tau^m}{m!} \frac{(1 - \rho^{m+1})}{1 - \rho} \right)^{-1}, & \rho \neq 1 \\ \left(\sum_{i=0}^{m-1} \frac{\tau^i}{i!} + \frac{\tau^m}{m!} (1 - m + 1) \right)^{-1}, & \rho = 1 \end{cases}$$

$\tau = \frac{\lambda}{\mu}$

b. $E(W_q)$

$\lambda \cdot P_n$: ~~ο~~ αριθμός πελάτων που διαβραίνω

$\lambda \cdot P_4 = 0,083$

$P_4 = 0,008264$

$15 \times 0,083$ αναμενόμενη
ανάμεσα
περίοδοι

5) $M | M | 4 | 7$

$\lambda = 15$ $\mu = 5$

$$α. L = 4,27$$

$$β. AP_7 = 0,96$$

$$6) M | M | 5 | 8 \quad \text{εὔκτημα}$$

$$α. P_M$$

$$β. \lambda(1-P_8) \quad P_8 = 0,028$$

$$γ. L = 5,02$$

$$δ. E(w_q) = \frac{L_q}{\lambda(1-P_8)} = 0,3562 \quad \mu\epsilon \quad L_q = 0,1918$$

$$7) M | M | 2 | \infty$$

$$A = 8$$

$$\mu = 5$$

$$E(w_q^L) = 0,356$$

1^η περίπτωση

$$M | M | 4 | \infty$$

$$A = 16$$

$$\mu = 5$$

$$E(w_q^2) = 0,149$$

2^η περίπτωση

Αφού $E(w_q^2) < E(w_q^L) \Rightarrow$ προτιμώ εγχώνευση

$$8) M | M | \infty | \infty \quad \text{εὔκτημα} \quad \left(\begin{array}{l} \text{θέλω οποιαδήποτε εγρήνη να ταινώ} \\ \text{ότι θέλω} \end{array} \right)$$

$$A = 12 \leftarrow (\text{επενδύει } 1 \text{ φορά του μήνα})$$

$$\mu = 1/3 \leftarrow (1 \text{ μετοχή} \rightarrow 3 \text{ ετη})$$

$$P(A/\mu)$$

$$L = \frac{A}{\mu} = 36$$

$$α. 0,252 \times 1000(1-0,2) + 0,752 \times 1000(1-0,12)$$

6. Ρο αφού δεν έχει κίνηση.

9) $M/M/\infty/\infty$ σύστημα (θέλω απώλ που θα μπει στο σύστημα να εξυπηρετηθεί αμέσως)

$$\lambda = 100 / 8 \text{ ώρες}$$

$$\mu = 16 / 8 \text{ ώρες}$$

a. $L = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{100}{16} = 6,25 \approx 7$

b. $P(x > 7) = 1 - P(x \leq 7)$ όπου $x \sim P(\lambda/\mu) \Rightarrow x \sim P(7)$

γ. $P_0 = P(x=0) = e^{-6,25}$

10) $M/M/2/4$ σύστημα.

$$\lambda = 12$$

$$\mu = 12$$

92 $(1 \cdot P_1 + 2(P_2 + P_3 + P_4)) = 88$ ← κόστος δειγματοληψίας
 460 $(1 \cdot P_3 + 2 P_4) = 80$ ← κόστος σταθμού.
~~232~~ $232(1 - P_4) = 264$ ← κόστος

11) $\lambda_u = \lambda = 30$

$$\mu_u = \begin{cases} 30, & u=1, 2. \\ 60, & u=3, 4, \dots \end{cases}$$

$$P_u = \frac{\lambda_0 \dots \lambda_{u-1}}{\mu_1 \dots \mu_u} P_0$$

$$P_1 = \frac{\lambda_0}{\mu_1} P_0 = \frac{30}{30} P_0 = P_0$$

$$P_2 = \frac{\lambda_1}{\mu_2} P_1 = P_0$$

$$P_3 = \frac{\lambda_2}{\mu_3} P_2 = \frac{30}{60} P_0 = \frac{1}{2} P_0$$

$$P_4 = \frac{\lambda_3}{\mu_4} P_3 = \frac{30}{60} \frac{1}{2} P_0 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 P_0$$

$$P_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-2} P_0 \quad n \geq 2$$

$$1 = P_0 + P_1 + \sum_{n=2}^{\infty} P_n = 2P_0 + \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^{n-2} P_0 = 2P_0 + 2P_0 = 4P_0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{P_0 = \frac{1}{4}}$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^k = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} = 2$$

$$\text{Apra. } P_n = \begin{cases} 1/4, & n=0, 1 \\ \left(\frac{1}{2}\right)^n, & n=2, 3, \dots \end{cases}$$

$$a. L = \sum_{n=0}^{\infty} n P_n = \frac{1}{n} + \sum_{n=2}^{\infty} n \left(\frac{1}{2}\right)^n = \dots = 1.75$$

$$b. E(w) = \frac{L}{\lambda} = \frac{1.75}{30}$$

$$g. \text{ O\u0117\u0137\u0105 } E(w_q) = \frac{L_q}{\lambda}$$

$$\text{on\u0117\u0137\u0105 } L_q = L - (1 - P_0)$$

$$12) \lambda_n = \begin{cases} \lambda \left(1 - \frac{n}{3}\right) & n=0, 1, 2, 3 \\ 0 & n \geq 4 \end{cases}$$

$$\lambda_0 = 3 \quad \lambda_1 = 2 \quad \lambda_2 = 1 \quad \lambda_3 = \lambda_4 = \dots = 0 \Rightarrow \lambda_n = 0 \quad n \geq 3$$

$$\mu_n = \mu = 2$$

$$P_1 = \frac{\lambda_0}{\mu_1} P_0 = \frac{3}{2} P_0$$

$$P_2 = \frac{\lambda_1 \lambda_0}{\mu_1 \mu_2} P_0 = \frac{1}{2} P_1 = \frac{3}{4} P_0$$

$$P_3 = \frac{\lambda_2 \lambda_1 \lambda_0}{\mu_3 \mu_2 \mu_1} P_0 = \frac{\lambda_2}{\mu_3} P_2 = \frac{3}{4} P_0$$

~~or~~ 

$$P_0 + P_1 + P_2 + P_3 = 1 \Rightarrow P_0 = 4/19$$

Ανομοιογενείς Ισχυαιώσεις

-9-

$$\sum_{n=0}^{\infty} (\lambda - \lambda n) p_n = (3-3) \frac{4}{19} + (3-2) \frac{6}{19} + (3-1) \frac{6}{19} + (3-0) \frac{3}{19} + \dots = 1,421$$

Ανομοιογενές γραμμένο κέρδος $1,5 \times 1,421$

Άσκηση για το σπίτι

Μια υπηρεσία του Υπουργ. Μετακ. έχει 3 ~~κείμενα~~ ομάδες ασφαλείας είναι σωγώς διατεταγμένες και η αρμοδιότητα τους είναι η ανάλογη των ενδεχόν του δικού δικτύου στην περιοχή γύρω από κάθε συστήματα που αφορούν σε όλο το νόμο στο οποίο ανήκει. Οι ομάδες είναι εξίσου αποτελεσματικές και η κάθε μία χρειάζεται κατά μέσο όρο 2 ημέρες για να ερευνηθεί και να υποβληθεί έκθεση για ένα σύστημα ενώ ο χρόνος υποβολής ακολουθεί έκθεση. κατανομή. Ο αριθμός συστημάτων στο οποίο ακολουθεί Poisson με μέσο 300/έτος.

Να προσδιοριστούν: L , L_q , $E(w)$, $E(w_q)$ και αποδώστε την σημασία κάθε ποσότητας

(Να χρησιμοποιήσω την σελίδα για πρόταση)